



Инвариант II

- 1** В алфавите языка племени УЬУ всего две буквы: У и Ъ. Два слова в этом языке считаются синонимами, если одно получается из другого выкидыванием сочетания УЬ или вставкой в любое место сочетания ЪУЬЫ. Обязательно ли слова ЪУЬУУЫ и УЬУУЫ являются синонимами?
- 2** Из натурального числа вычли сумму его цифр, из полученного числа снова вычли сумму цифр и т. д. После одиннадцати таких вычитаний получился ноль. С какого числа начинали?
- 3** В странах Диллии и Даллии расплачиваются диллерами и даллерами соответственно, причём в Диллии диллер меняется на 10 даллеров, а в Даллии даллер меняется на 10 диллеров. Начинаящий финансист имеет 1 диллер, может свободно переезжать из одной страны в другую и менять свои деньги в обеих странах. Докажите, что количество даллеров у него никогда не сравняется с количеством диллеров.
- 4** Вернёмся к задаче с прошлого раза.  
На доске выписаны числа  $1, 1/2, \dots, 1/100$ . Разрешается стереть любые два числа  $a$  и  $b$  и заменить их на число  $ab + a + b$ . Какое число останется после 99 таких операций?  
Исследуйте операцию  $a \otimes b = ab + a + b$ : обладает ли она свойствами  $a \otimes b = b \otimes a$  и  $(a \otimes b) \otimes c = a \otimes (b \otimes c)$ ? Попробуйте теперь решить задачу.
- 5** Каждая из расположенных по кругу 12 ламп может либо гореть, либо не гореть, причём вначале горит только одна лампа. За ход можно изменить состояние **а)** любых трёх ламп; **б)** любых трёх ламп, расположенных подряд. Можно ли добиться того, чтобы горели все 12 ламп?
- 6** Есть два трёхлитровых сосуда: в первом 1 л воды, во втором — 1 л двухпроцентного раствора соли. Разрешается переливать любую часть жидкости из одного сосуда в другой, после чего перемешивать. Можно ли за несколько таких переливаний получить полупроцентный раствор в первом сосуде?



Инвариант II

- 1** В алфавите языка племени УЬУ всего две буквы: У и Ъ. Два слова в этом языке считаются синонимами, если одно получается из другого выкидыванием сочетания УЬ или вставкой в любое место сочетания ЪУЬЫ. Обязательно ли слова ЪУЬУУЫ и УЬУУЫ являются синонимами?
- 2** Из натурального числа вычли сумму его цифр, из полученного числа снова вычли сумму цифр и т. д. После одиннадцати таких вычитаний получился ноль. С какого числа начинали?
- 3** В странах Диллии и Даллии расплачиваются диллерами и даллерами соответственно, причём в Диллии диллер меняется на 10 даллеров, а в Даллии даллер меняется на 10 диллеров. Начинаящий финансист имеет 1 диллер, может свободно переезжать из одной страны в другую и менять свои деньги в обеих странах. Докажите, что количество даллеров у него никогда не сравняется с количеством диллеров.
- 4** Вернёмся к задаче с прошлого раза.  
На доске выписаны числа  $1, 1/2, \dots, 1/100$ . Разрешается стереть любые два числа  $a$  и  $b$  и заменить их на число  $ab + a + b$ . Какое число останется после 99 таких операций?  
Исследуйте операцию  $a \otimes b = ab + a + b$ : обладает ли она свойствами  $a \otimes b = b \otimes a$  и  $(a \otimes b) \otimes c = a \otimes (b \otimes c)$ ? Попробуйте теперь решить задачу.
- 5** Каждая из расположенных по кругу 12 ламп может либо гореть, либо не гореть, причём вначале горит только одна лампа. За ход можно изменить состояние **а)** любых трёх ламп; **б)** любых трёх ламп, расположенных подряд. Можно ли добиться того, чтобы горели все 12 ламп?
- 6** Есть два трёхлитровых сосуда: в первом 1 л воды, во втором — 1 л двухпроцентного раствора соли. Разрешается переливать любую часть жидкости из одного сосуда в другой, после чего перемешивать. Можно ли за несколько таких переливаний получить полупроцентный раствор в первом сосуде?



*Инвариант II*

**1** В алфавите языка племени УЫУ всего две буквы: У и Ы. Два слова в этом языке считаются синонимами, если одно получается из другого выкидыванием сочетания УЫ или вставкой в любое место сочетания УУЫЫ. Например, слова ЫУУЫ и ЫУЫУ — синонимы:

$$\text{ЫУУЫ} \rightarrow \text{ЫУ} \rightarrow \text{ЫУУЫЫУ} \rightarrow \text{ЫУЫУ}.$$

Обязательно ли слова а) УЫУУЫУ и УЫУЫУ; б) ЫЫУЫУ и УЫУ являются синонимами?

**2** а) В парке шесть клумб, на первой растёт один цветок, на второй два, и т. д. Если сорвать цветок с одной из клумб, то на какой-то другой клумбе цветок тут же вырастет. Может ли в некоторый момент число цветков на всех клумбах стать одинаковым?

б) А если была бы ещё и седьмая клумба с семью цветками?

**3** На столе лежат 50 монет. Играют двое: за ход игрок берёт одну, две или три монеты. Проигрывает тот, кому нечего взять. За кого бы вы хотели сыграть: за первого или за второго? А если монет 51?

**4** На шести ёлках сидят шесть чижей, на каждой ёлке — по чижу. Ёлки растут в ряд с одинаковыми интервалами. Если какой-то чиж перелетает с одной ёлки на другую, то какой-то другой чиж перелетает на такое же расстояние в противоположном направлении. Могут ли все чижи собраться на одной ёлке?

**5** Из натурального числа вычли сумму его цифр, из полученного числа снова вычли сумму его (полученного числа) цифр и т. д. После одиннадцати таких вычитаний получился ноль. С какого числа начинали?

**6** Есть два трёхлитровых сосуда: в первом 1 л воды, во втором — 1 л двухпроцентного раствора соли. Разрешается переливать любую часть жидкости из одного сосуда в другой, после чего перемешивать. Можно ли за несколько таких переливаний получить полуторапроцентный раствор в первом сосуде?



*Инвариант II*

**1** В алфавите языка племени УЫУ всего две буквы: У и Ы. Два слова в этом языке считаются синонимами, если одно получается из другого выкидыванием сочетания УЫ или вставкой в любое место сочетания УУЫЫ. Например, слова ЫУУЫ и ЫУЫУ — синонимы:

$$\text{ЫУУЫ} \rightarrow \text{ЫУ} \rightarrow \text{ЫУУЫЫУ} \rightarrow \text{ЫУЫУ}.$$

Обязательно ли слова а) УЫУУЫУ и УЫУЫУ; б) ЫЫУЫУ и УЫУ являются синонимами?

**2** а) В парке шесть клумб, на первой растёт один цветок, на второй два, и т. д. Если сорвать цветок с одной из клумб, то на какой-то другой клумбе цветок тут же вырастет. Может ли в некоторый момент число цветков на всех клумбах стать одинаковым?

б) А если была бы ещё и седьмая клумба с семью цветками?

**3** На столе лежат 50 монет. Играют двое: за ход игрок берёт одну, две или три монеты. Проигрывает тот, кому нечего взять. За кого бы вы хотели сыграть: за первого или за второго? А если монет 51?

**4** На шести ёлках сидят шесть чижей, на каждой ёлке — по чижу. Ёлки растут в ряд с одинаковыми интервалами. Если какой-то чиж перелетает с одной ёлки на другую, то какой-то другой чиж перелетает на такое же расстояние в противоположном направлении. Могут ли все чижи собраться на одной ёлке?

**5** Из натурального числа вычли сумму его цифр, из полученного числа снова вычли сумму его (полученного числа) цифр и т. д. После одиннадцати таких вычитаний получился ноль. С какого числа начинали?

**6** Есть два трёхлитровых сосуда: в первом 1 л воды, во втором — 1 л двухпроцентного раствора соли. Разрешается переливать любую часть жидкости из одного сосуда в другой, после чего перемешивать. Можно ли за несколько таких переливаний получить полуторапроцентный раствор в первом сосуде?