Теорема. Угол, вписанный в окружность, равен половине центрального угла, опирающегося на ту же дугу.

Следствие 1. Пусть AB – диаметр окружности. Тогда $\angle ACB = 90^\circ$ тогда и только тогда, когда точка C лежит на окружности.

Следствие 2. Четырёхугольник вписан в окружность тогда и только тогда, когда сумма его противоположных углов равна 180°.

1. В треугольнике ABC проведены высоты AA_1 и BB_1. H – *ортоцентр* треугольника ABC (точка пересечения его высот). Докажите, что **а)** точки A, B, A_1, B_1 лежат на одной окружности; **б)** точки C, H, A_1, B_1 лежат на одной окружности.

2. Сторона треугольника равна 10, а противолежащий ей угол 150°. Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.

3. Пусть AA_1 и BB_1 – высоты остроугольного треугольника ABC. Докажите, что $\angle CA_1B_1 = \angle CAB$.

4. В окружность вписаны два угла: ACB и $A_1C_1B_1$. Докажите, что если они равны, то $AB = A_1B_1$. Верно ли обратное утверждение?

5. В треугольнике ABC точка O – центр описанной окружности, $\angle A = \alpha$. Найдите $\angle CBO$.

6. На окружности зафиксирована точка A. Точка B движется по окружности. По какой траектории движется центр хорды AB?

7. Пусть O – центр вписанной окружности, а точка O_1 – центр вневписанной окружности треугольника ABC, касающейся стороны AB. Докажите, что точки A, B, O, O_1 лежат на одной окружности.