

Инвариант – величина, остающаяся неизменной при некотором процессе.

0. На столе стоят 16 стаканов. Из них 15 стаканов стоят правильно, а один перевернут доньшком вверх. Разрешается одновременно переворачивать любые четыре стакана. Можно ли, повторяя эту операцию, поставить все стаканы правильно?

1. а) В одной клетке квадратной таблицы 8×8 стоит знак минус, а в остальных стоят плюсы. Разрешается одновременно менять знак во всех клетках, расположенных в одной строке или в одном столбце. Докажите, что, сколько бы мы ни проводили таких перемен знака, нам не удастся получить таблицу из одних плюсов. **б)** А если минусы стоят в 4 угловых клетках, а во всех остальных – плюсы, удастся ли получить таблицу из одних плюсов?

2. В алфавите языка племени УБЮ всего две буквы: У и Ы, причем этот язык обладает такими свойствами: если из слова выкинуть стоящие рядом буквы УЫ, то смысл слова не изменится. Точно так же смысл слова не изменится при добавлении в любое место слова буквосочетания ЮУ или УУЫЫ. Можно ли утверждать, что слова УЫЫ и ЮУУ имеют одинаковый смысл?

3. На доске написаны шесть чисел: 1, 2, 3, 4, 5, 6. За один ход разрешается к любым двум из них одновременно добавлять по единице. Можно ли за несколько ходов все числа сделать равными?

4. Набор чисел a, b, c каждую секунду заменяется на $a + b - c, b + c - a, c + a - b$. В начале имеется набор чисел 2016, 2017, 2018. Может ли через некоторое время получиться набор 2015, 2016, 2018?

5. Круг разделен на 6 секторов, в каждом из которых стоит фишка. Разрешается за один ход сдвинуть любые две фишки в соседние с ними сектора. Можно ли с помощью таких операций собрать все фишки в одном секторе?

6. На 44 деревьях, расположенных по окружности, сидели 44 весёлых чижа (на каждом дереве по чижу). Время от времени два чижа одновременно перелетают на соседние деревья в противоположных направлениях (один – по часовой стрелке, другой – против). Докажите, что чижи никогда не соберутся на одном дереве.