

1. Раскрасьте плоскость в три цвета так, чтобы на каждой прямой были точки не более, чем двух цветов, и каждый цвет был бы использован.
2. Плоскость раскрашена в два цвета. **а)** Докажите, что найдутся две точки одного цвета, расстояние между которыми равно 1. **б)** Докажите, что если плоскость не одноцветна, то найдутся две точки разных цветов, расстояние между которыми равно 1.
3. На столе рубашкой вниз лежит игральная карта. Можно ли, перекатывая ее по столу через ребро, добиться того, чтобы она оказалась на прежнем месте, но **а)** рубашкой вверх; **б)** рубашкой вниз и вверх ногами?
4. Какое наибольшее количество прямоугольников  $4 \times 1$  можно разместить в квадрате  $6 \times 6$  (не нарушая границ клеток)?
5. Прямая раскрашена в два цвета. Докажите, что найдётся отрезок, оба конца и середина которого покрашены в один и тот же цвет.
6. Бесконечная клетчатая доска раскрашена в два цвета (каждая клеточка – в один из цветов). Докажите, что найдутся четыре клеточки одного цвета, расположенные в вершинах прямоугольника со сторонами, параллельными стороне одной клеточки.
7. Из листа клетчатой бумаги размером  $29 \times 29$  клеточек вырезали 99 квадратиков  $2 \times 2$  (режут по линиям). Доказать, что из оставшейся части листа можно вырезать ещё хотя бы один такой же квадратик.