

Определение. Число сочетаний из n элементов по k – это количество способов выбрать из n различных предметов k штук (без учёта порядка выбора). Обозначение: C_n^k .

1. Чему равно C_{15}^1 ; C_{10}^2 ; C_{20}^0 ?

Напоминание: $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n - 1) \cdot n$; $0! = 1$.

2. Чему равно $n! \cdot (n + 1)$; $\frac{n!}{(n - 2)!}$?

3. Оказывается, существует явная формула для выражения C_n^k . В этой задаче предлагается доказать её.

а) Предположим, что из n предметов выбираются k штук и выстраиваются в ряд.

Докажите, что количество способов построить такой ряд равно $\frac{n!}{(n - k)!}$.

б) Если теперь посмотреть на этот ряд как на множество и не учитывать порядок предметов, то количество способов составить такое множество равно C_n^k (по определению этого числа). Докажите, что $C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n - k)!}$.

4. Сколькими способами можно выбрать 4 тетрадки из 7 имеющихся?

5. Докажите, что а) $C_n^k = C_n^{n-k}$; б) $C_{n+1}^{k+1} = C_n^k + C_n^{k+1}$ (можно доказывать, пользуясь определением C_n^k или же явной формулой).

6. У одного школьника есть 6 наклеек с футболистами, а у другого – 8. Сколькими способами они могут обменять три наклейки одного на три наклейки другого?

7. В шахматном кружке занимаются 2 девочки и 7 мальчиков. Для участия в соревновании необходимо составить команду из четырёх человек, в которую обязательно должна входить хотя бы одна девочка. Сколькими способами это можно сделать?