



Математический
кружок МПГУ

8-9 классы, группа «А»

2 декабря 2017

Немного упорядочить

- 1 Девять чисел таковы, что сумма любых четырёх из них меньше суммы пяти остальных. Докажите, что все числа положительны.
- 2 На тарелке лежат 9 разных кусочков сыра. Всегда ли можно разрезать один из них на две части так, чтобы полученные 10 кусочков делились бы на две порции равной массы по 5 кусочков в каждой?
- 3 Решите в натуральных числах уравнение $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$.
- 4 Двадцать рыцарей надели двадцать плащей, и каждому плащ оказался короток. Тогда рыцари, сняв плащи, выстроились по росту. Самый высокий рыцарь взял себе самый длинный плащ, второй взял себе самый длинный плащ из оставшихся и т.д. Рыцарь самого маленького роста взял себе самый короткий плащ. Докажите, что и в этом случае каждому рыцарю плащ окажется короток.
- 5 Сто гирек с массами $1, 2, \dots, 100$ г разложили на две чаши весов так, что наступило равновесие. Докажите, что можно убрать по две гирьки с каждой чаши так, что равновесие не нарушится.



Немного упорядочить

- 1 Можно ли разложить 44 шарика на 9 кучек так, чтобы количество шариков в разных кучках было различным?
- 2 Существуют ли такие натуральные x, y, z , что $\frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x} = 1$?
- 3 В 10 коробках лежат карандаши (пустых коробок нет), причём в разных коробках разное число карандашей и в каждой коробке все карандаши разных цветов. Докажите, что из каждой коробки можно выбрать по карандашу так, что все они будут разных цветов.
- 4 На тарелке лежат 9 разных кусочков сыра. Всегда ли можно разрезать один из них на две части так, чтобы полученные 10 кусочков делились бы на две порции равной массы по 5 кусочков в каждой?
- 5 Двадцать рыцарей надели двадцать плащей, и каждому плащ оказался короток. Тогда рыцари, сняв плащи, выстроились по росту. Самый высокий рыцарь взял себе самый длинный плащ, второй взял себе самый длинный плащ из оставшихся и т.д. Рыцарь самого маленького роста взял себе самый короткий плащ. Докажите, что и в этом случае каждому рыцарю плащ окажется короток.