



Признаки делимости

Признаки делимости на 3 и 9.

Число делится на 3 (соотв. на 9), если и только если сумма его цифр делится на 3 (соотв. на 9).

Признак делимости на 11.

Число делится на 11, если и только если знакопеременная сумма его цифр делится на 11.

Например, число 61828547 делится на 11, так как $6 - 1 + 8 - 2 + 8 - 5 + 4 - 7 = 11$.

1 Известно, что

$$30! = 265252859 \square 12191058636308480000000$$

(через $n!$ обозначается произведение натуральных чисел от 1 до n). Найдите недостающую цифру.

2 Известно, что некоторое натуральное число в 3 раза больше суммы своих цифр. Докажите, что это число делится на 27.

3 Чтобы открыть сейф, нужно ввести семизначный код, состоящий только из двоек и троек. Сейф откроется, если двоек больше, чем троек, и код делится на 12. Придумайте код, открывающий сейф.

4 Какую минимальную сумму цифр может иметь натуральное число, делящееся на 99?

5 Можно ли полный квадрат записать тремя единицами и несколькими нулями?

6 У десятичной записи числа 8^{2017} посчитали сумму цифр, у полученного числа вновь посчитали сумму цифр, и так до тех пор, пока не получилось однозначное число. Какое?

7 Незнайка обнаружил, что число 38^2 оканчивается на три четвёрки. Действительно, $38^2 = 1444$. Существует ли число, квадрат которого оканчивается на четыре четвёрки?



Признаки делимости

Признаки делимости на 4 и 25.

Число делится на 4 (соотв. на 25), если и только если двузначное число, на которое оно оканчивается, делится на 4 (соотв. на 25).

Признаки делимости на 3 и 9.

Число делится на 3 (соотв. на 9), если и только если сумма его цифр делится на 3 (соотв. на 9).

Например, число 146238 делится на 3, но не делится на 9, так как $1 + 4 + 6 + 2 + 3 + 8 = 24$ делится на 3, но не на 9.

1 Делится ли число $10^{2017} - 2017$ на 9?

2 а) Число делится на 27. Обязательно ли сумма его цифр делится на 27?

б) Сумма цифр числа делится на 27. Обязательно ли само число делится на 27?

3 Известно, что $30! = 265252859 \square 12191058636308480000000$ (через $n!$ обозначается произведение натуральных чисел от 1 до n). Найдите недостающую цифру \square .

4 Известно, что некоторое натуральное число в 3 раза больше суммы своих цифр. Докажите, что это число делится на 27.

5 Чтобы открыть сейф, нужно ввести семизначный код, состоящий только из двоек и троек. Сейф откроется, если двоек больше, чем троек, и код делится на 12. Придумайте код, открывающий сейф.

6 Найдите наименьшее число, кратное 45 и состоящее только из единиц и нулей.

7 Каково минимальное число вида $111\dots 11$, делящееся на $\underbrace{33\dots 33}_{100 \text{ троек}}$?