

Простое число

Определение. *Простое число* – это натуральное число, большее единицы, которое делится нацело только на единицу и на само себя. Остальные натуральные числа, большие единицы, называют *составными*. Единицу не относят ни к простым, ни к составным числам.

Теорема 1. *Чтобы проверить, является ли натуральное число n составным, достаточно проверить, делится ли оно на какое-нибудь из простых чисел, не превосходящих \sqrt{n} . (По определению \sqrt{n} – это такое неотрицательное число, что $(\sqrt{n})^2 = n$.)*

Теорема 2 (основная теорема арифметики). *Каждое натуральное число можно разложить на простые множители, причём такое разложение единственно с точностью до перестановки этих множителей.*

1. Являются ли простыми следующие числа: 67; 111; 1001; 1423; 2715? Составные числа разложите на простые множители.
2. Представьте число 300000 в виде произведения двух чисел, в десятичной записи которых нет нулей.
3. Натуральное число умножили на произведение его цифр и получили: а) 1533; б) 366. Найдите исходное число в каждом из этих случаев.
4. Найти все простые числа, которые отличаются друг от друга на 17.
5. Сколько различных делителей у числа: а) 81; б) 36; в) $2^4 \cdot 5^7 \cdot 11^5$?
6. Доказать, что любое простое число, большее 3, можно записать в одном из двух видов $6n + 1$ или $6n - 1$, где n – натуральное число.
7. На королевском бале Барон Мюнхгаузен заявил, что знает самое большое простое число, правда ли это и почему?
8. Докажите, что натуральное число является полным квадратом тогда и только тогда, когда оно имеет нечётное число делителей.