

8-9 классы

Введение в комбинаторику

Задачи, в которых надо найти число возможных вариантов для той или иной операции, того или иного события, возникают в самых разных областях человеческой деятельности. Эти задачи называют комбинаторными, а область математики, изучающая методы их решения, – комбинаторикой.

В основе решения комбинаторных задач лежат два простых правила – правило суммы и правило произведения.

Правило суммы. Если в нашем распоряжении m способов выбрать элемент a и (независимо от них) n способов выбрать элемент b , то выбор «или a или b » можно сделать $m + n$ способами.

Правило произведения. Выбор пары элементов (a, b) , причем пары, получающиеся друг из друга перестановкой элементов, считаются различными (пара $(4, 1)$ не совпадает с парой $(1, 4)$). Если в нашем распоряжении m способов выбрать элемент a и n способов выбрать элемент b , то пару (a, b) можно выбрать $m \cdot n$ способами.

Важным обозначением в математике является следующее: $n!$. Читается оно как n факториал, а означает произведение всех последовательных натуральных чисел от 1 до n , т.е. $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (n-1) \cdot n$.

0. а) На тарелке лежат 5 яблок и 9 груш, то выбор «яблоко или грушу» можно сделать 14 способами – выбрать либо одно из 5 яблок, либо одну из 9 груш;

б) На блюде лежат 5 яблок и 9 груш, то пару (яблоко, груша) можно выбрать $5 \cdot 9 = 45$ способами.

в) Сколько существует четырёхзначных чисел, в которых встречается последовательность 19?

1. Каждую клетку квадратной таблицы 2×2 можно покрасить в чёрный или белый цвет. Сколько существует различных раскрасок этой таблицы?

2. Сколько существует различных способов прочесть слово "СЛУЧАЙ":

С Л У Ч А Й

Л У Ч А Й

У Ч А Й

Ч А Й

А Й

Й

3. Алфавит племени Мумбо-Юмбо состоит из трёх букв. Словом является любая последовательность, состоящая не более чем из четырёх букв.

Сколько слов в языке племени Мумбо-Юмбо?

4. 5 учеников сдают зачёт по плаванию. Зачёт сдан, если ученик проплывает 100 метров (время любое). Если же ученика приходится вылавливать, то зачёт не сдан. Сколькими способами может закончиться заплыв?

5. а) Сколько существует шестизначных чисел, в которых чётные и нечётные цифры чередуются?

б) Сколько существует шестизначных чисел, в которых содержится хотя бы одна двойка?

6. В языке одного древнего племени было 6 гласных и 8 согласных, причём при составлении слов гласные и согласные непременно чередовались. Сколько слов из девяти букв могло быть в этом языке?

7. На прямой отмечено 10 точек, а на параллельной ей прямой – 11 точек.

Сколько существует а) треугольников; б) четырёхугольников с вершинами в этих точках?