

0. Докажите, что  $\frac{x^2 + y^2}{2} \geq xy$ .

1. Докажите неравенство Коши для двух чисел:  $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$   
при  $a \geq 0, b \geq 0$ .

2. Докажите, что  $x + \frac{1}{x} \geq 2$  при  $x > 0$ .

3. Докажите, что  $2(x^2 + y^2) \geq (x + y)^2$ .

4. Докажите, что  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x+y}$  при  $x > 0, y > 0$ .

5. Докажите, что  $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx$ .

6. Докажите, что  $(a+b)(b+c)(a+c) \geq 8abc$  при  $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$ .

7. Докажите, что а)  $x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y$ ;

б)  $ab + bc + ca \geq a\sqrt{bc} + b\sqrt{ac} + c\sqrt{ba}$  при  $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$ .

8. Докажите, что  $x^4 + y^4 + 8 \geq 8xy$ .