



*Еще раз про делимость*

1. Расставьте по кругу четыре единицы, три двойки и три тройки так, чтобы сумма любых трёх подряд стоящих чисел не делилась на 3.

2. На доске после урока математики в младших классах был написан пример на умножение двух двузначных чисел. На перемене в класс зашел семиклассник и заменил все цифры на буквы, причём одинаковые цифры – на одинаковые буквы, а разные – на разные. В итоге у него получилось  $AB \times CD = EEFF$ . Докажите, что он где-то ошибся.

3. Докажите, что любое натуральное число, десятичная запись которого состоит из  $3n$  одинаковых цифр, делится на 37.

4. Докажите, что если занумеровать разряды числа слева на право, после чего прибавить к этому числу сумму цифр в чётных разрядах и отнять сумму цифр в нечётных, то получившаяся разность будет делиться на 11. Сформулируйте признак делимость на 11.

5. Пусть  $a, b, c, d$  – различные цифры. Докажите, что  $\overline{cdcdcdcd}$  не делится на  $\overline{aabb}$ .

6. При каких  $x$  и  $y$  число  $\overline{xxyy}$  является квадратом натурального числа?

7. Найдите наибольшее натуральное число, вычеркивая цифры из которого нельзя получить число, кратное 11.