Математические кружки МПГУ **28 апреля 2018 года**

7 класс *Поменяемся местами?*

В этом листочке все задачи уже решены! Вот только некоторые решения содержат ошибки. Ваша задача – найти эти ошибки (и решить задачи правильно, за исключением первой). Будьте внимательны: в листочке есть и верные решения!

1. Докажите, что: **а)** $2 + 2 = 5$; **б)** $2 \cdot 2 = 5$.

Решение. **а)** Очевидно, что $0 = 0$. Также очевидно, что $2 \cdot (5 + 5) - 2 \cdot (5 + 5)=0$ и $5 \cdot 5 - 5 \cdot 5 = 0$. Отсюда получаем, что $2 \cdot (5 + 5) - 2 \cdot (5 + 5) = 5 \cdot 5 - 5 \cdot 5$. Раскрыв скобки и произведя группировку некоторых слагаемых, получим $2 \cdot (5 - 5) + 2 \cdot (5 - 5) = 5 \cdot (5 - 5)$, или $(2 + 2) \cdot (5 - 5) = 5 \cdot (5 - 5)$. Сократим общий множитель и получим, что $2 + 2 = 5$, что и требовалось доказать. **б)** Из пункта а) следует, что $2 + 2 = 5$, но $2 + 2 = 2 \cdot 2$. Поэтому $2 \cdot 2 = 5$.

2. Мальвина сказала Буратино умножить число на 9 и к результату прибавить 15, а Буратино умножил число на 15, а потом прибавил 9, но ответ получил верный. Какое это было число?

Решение. Обозначим искомое число через x и составим уравнение: $9x+15=15x+9$. Перенесём x вправо, а числа влево. Получим $24=6x$. Отсюда $x=4$.

3. Петя с другом пошли в тир. Уговор был такой: Пете даются 10 патронов, и за каждое попадание в цель он получает ещё три патрона. Петя стрелял, пока патроны не кончились, и сделал всего 34 выстрела. Сколько раз он попал в цель?

Решение. У Пети было патронов на 10 выстрелов, а выстрелил он 34 раза, значит, 24 патрона он получил дополнительно. Заметим, что при каждом попадании общее количество патронов у Пети увеличивается на 2: один патрон он тратит на выстрел, но получает три патрона взамен. Значит, Петя попал в цель $24 : 2 = 12$ раз.

4. Можно ли на доске 10×10 расставить 13 кораблей 4×1 для игры в «морской бой»? Корабли не должны соприкасаться друг с другом ни сторонами, ни углами.

Решение. Посмотрим, сколько клеточек занимает каждый корабль. Так как он не должен соприкасаться с другими кораблями ни сторонами, ни углами, очертим вокруг него границу шириной в половину клеточки. Таким образом, каждый корабль занимает $4+4+1=9$ клеточек. С другой стороны, доска 10×10 даёт нам $100+10+10=120$ клеточек (с учётом тех самых «границ»). $13 \cdot 9=117<120$. Значит, 13 кораблей расставить можно.

5. В универмаге нарядили несколько новогодних ёлок. На 12 из них есть красные шары, на 11 — жёлтые, на 19 — синие, на 6 — красные и жёлтые, на 8 — красные и синие, на 7 — жёлтые и синие, а на одной — шары всех трёх цветов. Сколько ёлок нарядили в универмаге?

Решение. Сложим $12+11+19=42$. При этом мы посчитали ёлки, на которых висят шары двух цветов, по два раза. Вычтем их количества из полученной суммы по одному разу: $42–6–8–7=21$. Теперь никакие ёлки не посчитаны дважды. Однако теперь получается, что ёлку с шарами трёх цветов мы сначала три раза посчитали, а потом три раза вычли, то есть она у нас сейчас не учтена вовсе. Добавив её, получим $21+1=22$ ёлки.

Переверните листок – там есть ещё задача!

6. В воскресенье вечером одноклассники звонили друг другу, чтобы узнать домашнее задание. Известно, что каждый ответил по крайней мере на 10 звонков. Также известно, что никакие два одноклассника не разговаривали друг с другом за вечер больше одного раза. Какое наименьшее количество учеников может быть в классе?

Решение. Возьмём одного человека. Ему позвонили ещё минимум 10 разных людей (пусть это будут 2-й, 3-й, 4-й, ..., 11-й); итого уже 11 человек. Возьмём второго. Первый ему звонить уже не может — они уже поговорили. Пусть ему позвонят все с 3-го по 11-го — это 9 человек; тогда нужен ещё 12-й, чтобы второму позвонили 10. (Если второму позвонят не все с 3-го по 11-го, то придётся добавить больше новых людей, тогда и общее количество не будет минимальным.) Продолжая эти рассуждения дальше, получим, что требуется минимум 21 человек.