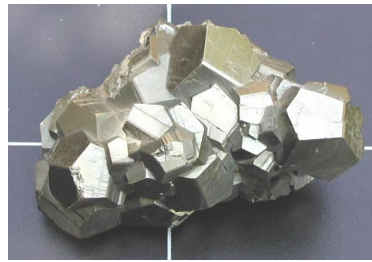
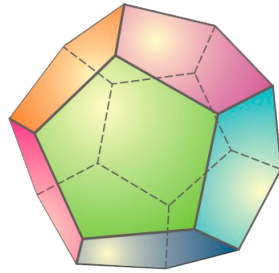




Додекаэдр и икосаэдр

1 На рисунке слева вы видите правильный додекаэдр¹. Можно ли расставить на его гранях числа от 1 до 12 так, чтобы сумма чисел на гранях при каждой вершине была одинаковой?



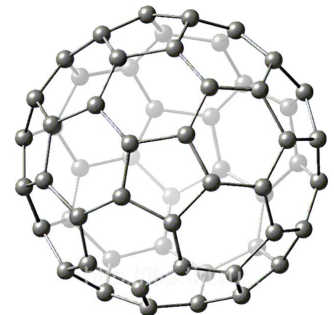
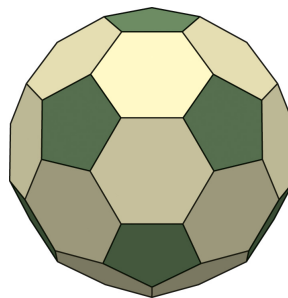
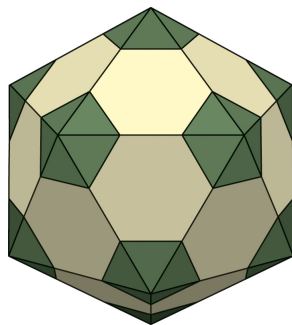
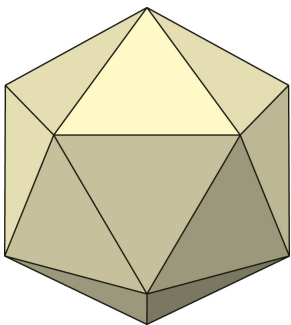
2 Сколькими способами можно раскрасить грани правильного додекаэдра в 12 разных цветов, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми?

3 Жук сидит в центре «потолка» правильного додекаэдра и хочет переползти в центр его «пола».

а) Покажите ему кратчайший маршрут по поверхности додекаэдра.

б)* (Задача на вырост.) А может быть, вам удастся вычислить длину кратчайшего маршрута (приняв ребро додекаэдра за единицу)?

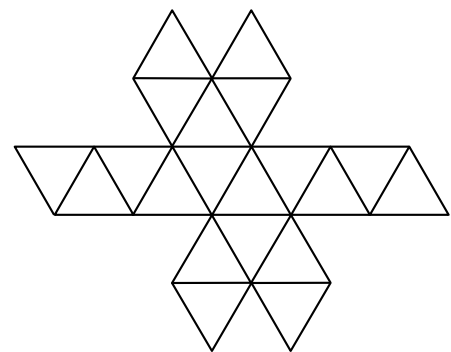
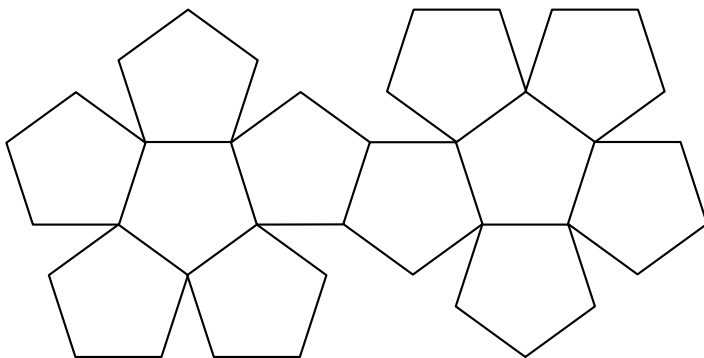
4 На рисунке слева изображён правильный икосаэдр, точнее, его видимая часть. Известно, что у него 12 вершин, в каждой из которых сходится по 5 рёбер, и все грани — правильные треугольники. Сосчитайте, сколько граней и сколько рёбер у правильного икосаэдра.



5 Усечённый икосаэдр. На рисунках² вы видите, как у икосаэдра отсекали углы и получили модель футбольного мяча. (Кстати, такую форму в природе имеет молекула фуллерена.) Хорошо видно, что все грани такого многогранника — правильные пятиугольники и шестиугольники, причём в каждой вершине сходятся два шестиугольника и один пятиугольник. Сосчитайте, сколько каких граней у усечённого икосаэдра, сколько у него вершин и рёбер.

6 Можно ли расставить на гранях правильного икосаэдра числа 1, 2, 3, 4, ... (без повторов) так, чтобы сумма чисел на гранях при каждой вершине была одинаковой?

Вы можете склеить правильные додекаэдр и икосаэдр с помощью их развёрток:



¹На рисунке справа изображён кристалл пирита (в переводе с греческого: камень, высекающий огонь) — дисульфид железа FeS_2 . Вероятно, он и подсказал древним грекам идею додекаэдра.

²Первые три рисунка взяты из книги „Математическая составляющая“, издательство „Математические этюды“, 2015.