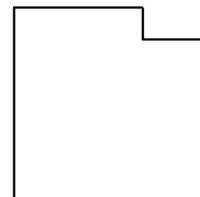




1 Мама купила на праздник квадратный торт. Нетерпеливый Толик отрезал себе от него небольшой прямоугольный кусок (см. рисунок). Как теперь разделить оставшуюся часть торта одним прямолинейным разрезом на две равные по площади части?



2 Какое из чисел больше и на сколько:

$$(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)(2^{32} + 1) \text{ или } 2^{64}?$$

3 Пловец плыл вверх против течения Невы. Возле Дворцового моста с него слетела аквабувь. Проплыв ещё 15 минут против течения, он заметил потерю и принялся её догонять. Догнал возле Благовещенского моста — в полутора километрах от Дворцового. Какова скорость течения Невы?

4 Докажите, что при всех a выполнены неравенства: **а)** $a^2 + a + 1 > 0$; **б)** $a^4 + a^3 + a^2 + a + 1 > 0$.

5 По аллее длиной 100 метров идут три человека со скоростями 1, 2 и 3 км/ч. Дойдя до конца аллеи, каждый из них поворачивает и идёт назад с той же скоростью. Докажите, что найдётся отрезок времени в одну минуту, когда все трое будут идти в одном направлении.

6 Незнайка обнаружил интересную арифметическую закономерность:

$$1^3 + 2^3 = (1 + 2)^2, \quad 1^3 + 2^3 + 3^3 = (1 + 2 + 3)^2, \quad 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = (1 + 2 + 3 + 4)^2.$$

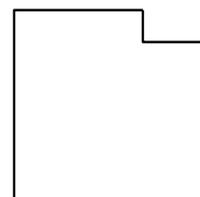
Но уже для пяти слагаемых он поленился считать (наконец-то!) и решил воспользоваться уже проверенными равенствами, но у него не получилось.

а) Приняв на веру вычисления Незнайки, помогите ему с пятью слагаемыми. (Непосредственный подсчёт ему неинтересен.)

б) Обобщается ли закономерность на произвольное число слагаемых?



1 Мама купила на праздник квадратный торт. Нетерпеливый Толик отрезал себе от него небольшой прямоугольный кусок (см. рисунок). Как теперь разделить оставшуюся часть торта одним прямолинейным разрезом на две равные по площади части?



2 Какое из чисел больше и на сколько:

$$(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)(2^{32} + 1) \text{ или } 2^{64}?$$

3 Пловец плыл вверх против течения Невы. Возле Дворцового моста с него слетела аквабувь. Проплыв ещё 15 минут против течения, он заметил потерю и принялся её догонять. Догнал возле Благовещенского моста — в полутора километрах от Дворцового. Какова скорость течения Невы?

4 Докажите, что при всех a выполнены неравенства: **а)** $a^2 + a + 1 > 0$; **б)** $a^4 + a^3 + a^2 + a + 1 > 0$.

5 По аллее длиной 100 метров идут три человека со скоростями 1, 2 и 3 км/ч. Дойдя до конца аллеи, каждый из них поворачивает и идёт назад с той же скоростью. Докажите, что найдётся отрезок времени в одну минуту, когда все трое будут идти в одном направлении.

6 Незнайка обнаружил интересную арифметическую закономерность:

$$1^3 + 2^3 = (1 + 2)^2, \quad 1^3 + 2^3 + 3^3 = (1 + 2 + 3)^2, \quad 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = (1 + 2 + 3 + 4)^2.$$

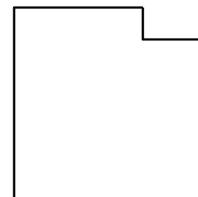
Но уже для пяти слагаемых он поленился считать (наконец-то!) и решил воспользоваться уже проверенными равенствами, но у него не получилось.

а) Приняв на веру вычисления Незнайки, помогите ему с пятью слагаемыми. (Непосредственный подсчёт ему неинтересен.)

б) Обобщается ли закономерность на произвольное число слагаемых?



1 Мама купила на праздник квадратный торт. Нетерпеливый Толик отрезал себе от него небольшой прямоугольный кусок (см. рисунок). Как теперь разделить оставшуюся часть торта одним прямолинейным разрезом на две равные по площади части?



2 Какое из чисел больше и на сколько: $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{63}$ и 2^{64} ?

3 Можно ли подставить в равенство

$$К \times О \times Т = У \times Ч \times Ё \times Н \times Ы \times Й$$

вместо букв по одной цифре от 1 до 9, чтобы оно стало верным?

4 Вдоль дорожки между домиками Незнайки и Синеглазки росли в ряд 15 пионов и 15 тюльпанов (вперемешку). Отправившись из дома в гости к Незнайке, Синеглазка поливала все цветы подряд. После десятого тюльпана вода закончилась, и десять цветов остались неполитыми. Назавтра, отправившись из дома в гости к Синеглазке, Незнайка собирал для неё все цветы подряд. Сорвав шестой тюльпан, он решил, что для букета достаточно. Сколько цветов осталось расти вдоль дорожки?

5 Решите уравнение $(x + 1)^4 = (x - 3)^4$.

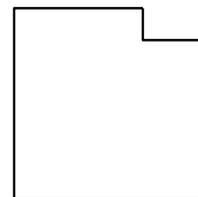
6 Пловец плыл вверх против течения Невы. Возле Дворцового моста с него слетела аквабувь. Проплыв ещё 15 минут против течения, он заметил потерю и вернулся догонять с той же скоростью; догнал возле Благовещенского моста — в полутора километрах от Дворцового.

а) Сколько времени пловец плыл без аквабуви?

б) Какова скорость течения Невы?



1 Мама купила на праздник квадратный торт. Нетерпеливый Толик отрезал себе от него небольшой прямоугольный кусок (см. рисунок). Как теперь разделить оставшуюся часть торта одним прямолинейным разрезом на две равные по площади части?



2 Какое из чисел больше и на сколько: $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{63}$ и 2^{64} ?

3 Можно ли подставить в равенство

$$К \times О \times Т = У \times Ч \times Ё \times Н \times Ы \times Й$$

вместо букв по одной цифре от 1 до 9, чтобы оно стало верным?

4 Вдоль дорожки между домиками Незнайки и Синеглазки росли в ряд 15 пионов и 15 тюльпанов (вперемешку). Отправившись из дома в гости к Незнайке, Синеглазка поливала все цветы подряд. После десятого тюльпана вода закончилась, и десять цветов остались неполитыми. Назавтра, отправившись из дома в гости к Синеглазке, Незнайка собирал для неё все цветы подряд. Сорвав шестой тюльпан, он решил, что для букета достаточно. Сколько цветов осталось расти вдоль дорожки?

5 Решите уравнение $(x + 1)^4 = (x - 3)^4$.

6 Пловец плыл вверх против течения Невы. Возле Дворцового моста с него слетела аквабувь. Проплыв ещё 15 минут против течения, он заметил потерю и вернулся догонять с той же скоростью; догнал возле Благовещенского моста — в полутора километрах от Дворцового.

а) Сколько времени пловец плыл без аквабуви?

б) Какова скорость течения Невы?