

Числа a и b **сравнимы по модулю m** , если $a - b$ делится на m .

Обозначение: $a \equiv b \pmod{m}$.

Сравнения по одному модулю можно складывать, вычитать и перемножать. Пусть $a \equiv b \pmod{m}$ и $c \equiv d \pmod{m}$. Тогда:

$$a + c \equiv b + d \pmod{m};$$

$$a - c \equiv b - d \pmod{m};$$

$$a \cdot c \equiv b \cdot d \pmod{m}.$$

0. Постройте таблицу сложения остатков по модулю 6.

1. Постройте таблицу умножения остатков по модулю 5.

2. (Сокращение). Пусть $\text{НОД}(d, m) = 1$ и $ad \equiv bd \pmod{m}$. Докажите, что тогда $a \equiv b \pmod{m}$.

3. Найдите остатки от деления 100^{2021} **а)** на 99; **б)** на 101; **в)** на 9999.

4. Докажите, что $7^{2014} + 9^{2014} \equiv 0 \pmod{10}$.

5. Если от некоторого трёхзначного числа отнять 6, то оно разделится на 7, если отнять 7, то оно разделится на 8, а если отнять 8, то оно разделится на 9. Определите это число.

6. Найдите все значения n , при которых $1! + 2! + \dots + n!$ является квадратом натурального числа. (Напоминание: $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$).

7. Число a заканчивается на 33. На какие две цифры заканчивается число a^{85} ?