

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2; \quad (a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b); \quad a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

1. Используя формулы сокращённого умножения, вычислите.  
 а)  $2003^2$ ; б)  $2999^2$ ; в)  $3,002 \cdot 2,998$ ; г)  $202^3$ .

2. Найдите значение произведения.

$$\left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{9}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{16}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{400}\right).$$

3. Известно, что  $a + b = 7$ ,  $a \cdot b = 2$ . Найдите:

а)  $ab^2 + a^2b$ ; б)  $a^2 + b^2$ ; в)  $(a - b)^2$ ; г)  $a^3 + b^3$ ; д)  $a^3b^6 + a^6b^3$ .

4. Известно, что  $a - \frac{1}{a} = \frac{2}{3}$ . Найдите:

а)  $a^2 + \frac{1}{a^2}$ ; б)  $a^3 - \frac{1}{a^3}$ .

5. Найдите все пары натуральных чисел  $x$  и  $y$ , удовлетворяющих уравнению:

а)  $x^2 - y^2 = 19$ ;

б)  $x^2 - y^2 = 111$ ;

в) Найдите все пары простых чисел, разность квадратов которых также является простым числом.

6. а) Решите уравнение  $x^2 = 20202019 \cdot 20202021 + 1$ .

б) Два различных числа  $x$  и  $y$  (не обязательно целых) удовлетворяют равенству  $x^2 - 2021x = y^2 - 2021y$ . Найдите сумму чисел  $x$  и  $y$ .

в) Про различные числа  $a$  и  $b$  известно, что  $\frac{a}{b} + a = \frac{b}{a} + b$ . Найдите

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b}.$$

7. Докажите, что произведение четырёх последовательных натуральных чисел, увеличенное на 1, является квадратом натурального числа.