

0. Площадь клетчатого прямоугольника равна n клеток. Каким должно быть число n , чтобы по этим данным можно было однозначно определить его периметр? Чему равен этот периметр?

Определение. Число $p > 1$ называется *простым*, если оно имеет ровно два делителя (1 и p). Число называется *составным*, если у него есть делитель больший 1, но меньший самого числа.

1. а) Придумайте три таких числа, чтобы они не делились друг на друга, но произведение любых двух из них делилось на третье. **б)** Тот же вопрос для чисел, больших 100. **в)** Тот же вопрос для 10 чисел.

2. Докажите, что любое простое число, большее 3, представимо либо в виде $6n + 1$, либо $6n - 1$, где n — натуральное число.

3. Могут ли натуральные числа $n - 2020$, n и $n + 2020$ одновременно быть простыми?

4. Может ли остаток от деления простого числа на 30 быть составным?

5. В клетчатом квадрате закрасили меньший квадрат. Незакрашенных клеток оказалось 79. Могут ли все углы большого квадрата остаться незакрашенными?

6. Назовём число упрощённым, если оно является произведением ровно двух простых чисел (не обязательно различных). Какое наибольшее количество последовательных чисел могут оказаться упрощёнными?

7. Может ли многочлен $1 + x + x^2 + \dots + x^{p-1}$, где p — простое число, раскладываться в произведение двух многочленов с целыми неотрицательными коэффициентами?