Граф называется **плоским**, если его можно нарисовать на плоскости так, чтобы его рёбра не пересекались. Пусть В — число вершин графа, Р — число рёбер, Г — число граней (кусков, на которые граф разбивает плоскость).

Граф **связный**, если от любой его вершины до любой другой можно дойти по рёбрам графа.

Теорема. Для любого плоского связного графа $\text{В} - \text{Р} + \text{Г} = 2$.

1. Нарисуйте **а)** куб; **б)** тетраэдр; **в)** октаэдр как плоский граф.
г) Объясните, почему так можно нарисовать любой выпуклый многогранник. (Многогранник выпуклый, если он лежит по одну сторону от любой плоскости, содержащей одну из его граней.)

2. В стране 7 озёр, соединённых между собой 10 каналами, причём от любого озера можно доплыть до любого другого по каналам. Сколько в стране островов?

3. Внутри квадрата отметили 20 точек и соединили их непересекающимися отрезками друг с другом и вершинами квадрата так, что квадрат разбился на треугольники. Сколько получилось треугольников?

4. На плоскости расположены **а)** 4 точки, каждая из которых соединена отрезками с тремя другими (без пересечений);
б) 6 точек, каждая из которых соединена отрезками с четырьмя другими (без пересечений).
Посчитайте по формуле Эйлера, на сколько частей делит плоскость изображённая картинка. Нарисуйте, как могла бы выглядеть эта картинка.

5. Пусть есть планарный граф, представляющий собой объединение N связных графов. Как изменится для него формула Эйлера?

6. Футбольный мяч сшит из 32 лоскутков: белых шестиугольников и чёрных пятиугольников. Каждый чёрный лоскут граничит только с белыми, а каждый белый — с тремя чёрными и тремя белыми. Сколько лоскутков белого цвета?

7. Нарисовали пятиугольник и провели в нём все диагонали. Докажите, что полученный граф не планарен.

8. Можно ли построить три дома, вырыть три колодца и соединить тропинками каждый дом с каждым колодцем так, чтобы тропинки не пересекались?