

Допустим, что вам даны некоторые условия А, и требуется доказать, что тогда выполнены условия В. Можно действовать следующим образом:

- 1) Предположить, что условия В не выполняются.
- 2) Немного порассуждать и получить утверждение, которое противоречит условиям А.
- 3) На основании этого сделать вывод, что условия В не могут не выполняться, что означает, что они обязательно выполняются.

**0.** 21 человек собирали в лесу орехи. Всего они собрали 200 орехов. Доказать, что найдутся два человека, собравшие поровну орехов.

**1.** Имеется 82 кубика. Доказать, что среди них найдётся либо 10 кубиков разных цветов, либо 10 одноцветных кубиков.

**2.** Взяли несколько одинаковых правильных треугольников и в углах каждого из них написали числа 1, 2 и 3. Затем их сложили в стопку. Могло ли оказаться, что сумма чисел, стоящих в каждом углу, равна 55?

**3.** Существуют ли такие двузначные числа  $\overline{ab}$  и  $\overline{cd}$ , что  $\overline{ab} \cdot \overline{cd} = \overline{abcd}$ ?

**4.** Десять друзей послали друг другу праздничные открытки так, что каждый из них послал пять открыток разным друзьям. Докажите, что найдутся двое, которые послали открытки друг другу.

**5.** Найдутся ли такие три натуральных числа, что сумма любых двух из них является некоторой степенью пятёрки?

**6.** Можно ли занумеровать рёбра куба натуральными числами от 1 до 12 так, чтобы для каждой вершины куба сумма номеров рёбер, которые в ней сходятся, была одинаковой?

**7.** На шахматной доске  $100 \times 100$  расставлено 100 не бьющих друг друга ферзей. Докажите, что в каждом угловом квадрате  $50 \times 50$  стоит хотя бы один ферзь.

**8.** В шахматном турнире каждый из восьми участников сыграл с каждым. В случае ничьей (и только в этом случае) партия ровно один раз переигрывалась и результат переигровки заносился в таблицу. Барон Мюнхгаузен утверждает, что в итоге два участника турнира сыграли по 11 партий, один – 10 партий, три – по 8 партий и два – по 7 партий. Может ли он оказаться прав?