

**Графом** называется множество вершин на плоскости и ребёр, их соединяющих. Будем считать, что граф не содержит петель и кратных ребёр.

1. Волшебная страна Фарг почти вся состоит из непреодолимых гор и рек. В ней есть шесть городов: А, Б, В, Г, Д и Е. Известно, что из А проложены дороги в Б и Г, из Б — в А, Г и Д, из В — в Г и Е, из Г — в А, Б, В и Д, из Д — в Б и Г, из Е — только в В. Все остальные пути непроходимы.

а) Известно, что дороги в стране Фарг не пересекаются. Нарисуйте схематическую карту страны.

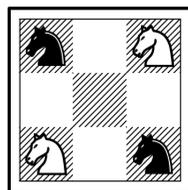
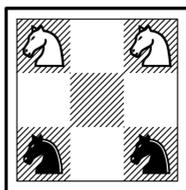
б) Может ли житель города А попасть в город Д, если ему нельзя проходить через Г?

в) Сможет ли он при тех же условиях попасть в город Е?

2. На день рождения к Андрею пришли Вася, Глеб, Даша, Митя, Петя, Соня и Тимур. Покажите, как восьмерых ребят можно рассадить за круглый стол, чтобы у любых двух, сидящих рядом, в именах встречались одинаковые буквы.

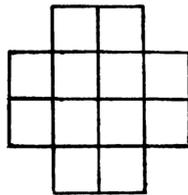
3. Десять Совершенно Секретных Объектов соединены подземными железными дорогами таким образом, что каждый Объект напрямую соединён не более чем с тремя другими, и от каждого Объекта можно добраться под землёй до любого другого, сделав не более одной пересадки. Тупиков и развилок на дорогах нет. Нарисуйте схему дорог между Совершенно Секретными Объектами.

4. Можно ли сделать несколько ходов конями так, чтобы они из положения, изображённого на левом рисунке, перешли в положение на правом рисунке?



5. В стране 17 городов, каждый из которых соединен дорогами не меньше, чем с 8 другими городами этой страны. Докажите, что внутри страны можно доехать из любого города в любой другой.

**6.** Доска имеет форму креста, который получается, если из квадратной доски  $4 \times 4$  выкинуть угловые клетки. Можно ли обойти ее ходом шахматного коня и вернуться на исходное поле, побывав на всех полях ровно по разу?



**7.** Страна называется пятёрочной, если в ней каждый город соединён авиалиниями ровно с пятью другими городами (международных рейсов нет).

**а)** Нарисуйте схему авиалиний для пятёрочной страны из 10 городов.

**б)** Сколько авиалиний в пятёрочной стране из 50 городов?

**в)** Может ли существовать пятёрочная страна, в которой ровно 46 авиалиний?

**8.** В классе каждый мальчик дружит с тремя девочками, а каждая девочка — с пятью мальчиками. Известно, 17 учеников этого класса любят играть в футбол и что в классе 15 парт. Сколько всего ребят в классе?