

Число сочетаний из n по k — это число способов выбрать из n различных предметов k различных предметов, если порядок, в котором они выбираются, неважен.

Обозначение: C_n^k (читается: «цэ из эн по ка»).

Теорема. Число сочетаний можно найти по формуле $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.
(Напомним, что $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$; при этом $0! = 1$.)

0. а) Есть 10 учебников по разным предметам. Сколько существует способов выбрать один из них? А сколько после этого способов выбрать второй? А третий? Сколько есть способов выбрать три учебника («первый», «второй», «третий»), если порядок важен?

б) Пусть в пункте а) мы выбрали 3 учебника из 10 в каком-то порядке, например: «русский+математика+физика». Сколько ещё есть способов выбрать те же три учебника, но в другой последовательности?

в) Сколько есть способов выбрать три учебника из десяти, если порядок выбора неважен?

1. Учитель физкультуры велел 15 школьникам выстроиться в шеренгу и сказал, что первые четверо в шеренге будут подтягиваться, а остальные — отжиматься.

а) Сколькими способами школьники могут выстроиться в шеренгу?

б) Дима, Валя, Илья и Андрей хорошо подтягиваются и решили встать в начало шеренги (друг за другом в каком-то порядке). Сколько у них есть способов это сделать?

в) Остальные одиннадцать ребят не хотят подтягиваться и решили встать в конец шеренги (друг за другом в каком-то порядке). Сколько у них есть способов это сделать?

г) Сколько есть способов у 15 ребят выстроиться в шеренгу так, чтобы подтягивались всё равно только Дима, Валя и Илья и Андрей?

д) Верно ли, что $C_{15}^4 = C_{15}^{11}$? А что $C_n^k = C_n^{n-k}$? Дайте ответ без помощи теоремы.

2. Сколько есть способов: **а)** встать в очередь 8 людям; **б)** выбрать двух депутатов из четырёх кандидатов; **в)** выбрать одного директора, двух заместителей и двух менеджеров из 5 претендентов? Порядок выбора во всех случаях неважен.

3. Сколько различных (не обязательно осмысленных) слов можно получить, переставляя буквы в слове: **а)** БОГАТЫРЬ; **б)** МАМА; **в)** РАДАР?

Как эта задача связана с задачей 2?

4. У мамы два одинаковых яблока, три одинаковые груши и четыре одинаковых апельсина. В течение девяти дней она ежедневно даёт сыну один из оставшихся фруктов. Сколькими способами это можно сделать?

5. а) В стране 9 городов. Каждые 2 города соединены авиалинией. Сколько в стране авиалиний?

б) В стране каждые 2 города соединены авиалинией. Всего в ней 171 авиалиния. Сколько в стране городов?

6. Рота состоит из трёх офицеров, шести сержантов и 60 рядовых.

а) Сколькими способами можно выделить из них отряд в составе офицера, двух сержантов и 20 рядовых?

б) Прошёл слух, что генерал решил разжаловать каких-то трёх сержантов до рядовых, а каких-то трёх рядовых повысить до сержантов. Сколько у него способов это сделать?

7. а) Сколько всего диагоналей у 10-угольника? (Напомним, что диагональ многоугольника – это отрезок, который соединяет две его вершины, не соединённые стороной.)

б) Сколько существует 4-угольников, вершины которого расположены в вершинах данного 10-угольника?

в) Дан 10-угольник, все диагонали которого лежат внутри него и никакие три диагонали которого не пересекаются в одной точке (не считая вершин). Сколько внутри него точек пересечения диагоналей?

г) У многоугольника 90 диагоналей. Сколько у него сторон?

8. Сколько существует чисел, в которых каждая следующая цифра меньше предыдущей: **а)** двузначных; **б)** трёхзначных; **в)** семизначных; **г)** десятизначных; **д)** одиннадцатизначных?