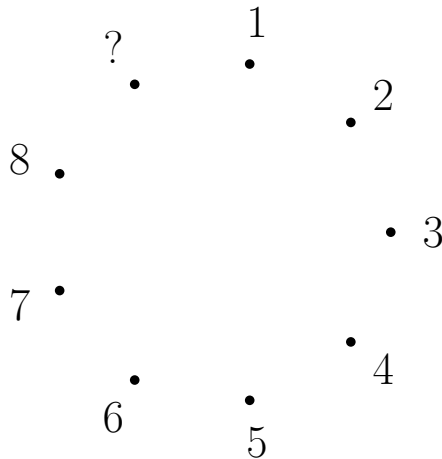




Лемма о рукопожатиях

1. Сумма номеров всех домов на улице чётная. Докажите, что количество домов на этой улице, имеющих нечётные номера, делится на два.

2. Профессор Мориарти нарисовал на листке бумаги девять точек и соединил некоторые пары отрезками, а затем подписал возле каждой точки, сколько отрезков из неё выходит. Но тут он заметил приближающегося Шерлока Холмса и попытался всё стереть. Ему удалось стереть все отрезки и одно из чисел. Увидев оставшийся рисунок, Холмс смог не только определить, сколько отрезков выходило из девятой точки, но и восстановить рисунок целиком. Повторите успех Холмса!



3. Системный администратор соединил 10 компьютеров проводами так, что из каждого компьютера выходит по 5 проводов, а каждый провод соединяет два компьютера между собой. Сколько всего проводов проятнул системный администратор?

Задачи есть на обеих сторонах листка!

4. Лемма о рукопожатиях

Докажите, что число людей, когда-либо живших на Земле и сделавших нечётное число рукопожатий, чётно.
(Считаются только рукопожатия между людьми, рукопожатия людей с роботами не считаются).

5. Восемь шахматистов во время турнира должны сыграть друг с другом по одной партии. В какой-то момент турнира шахматистов попросили подсчитать, сколько партий они уже сыграли. Могли ли у них получиться такие результаты:

- а)** 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4
- б)** 2, 2, 3, 4, 5, 5, 6, 6
- в)** 2, 2, 3, 4, 4, 5, 6, 8
- г)** 1, 2, 2, 4, 5, 6, 7, 7

6. В городе есть дороги трёх типов: однополосные, двухполосные и трехполосные. На каждом перекрёстке в городе сходятся три дороги, причём разных типов. Иными словами, каждый перекрёсток есть разделение трёхполосной дороги на двухполосную и однополосную. Тупиков в городе нет. Три городских дороги выходят за пределы города и превращаются в шоссе. Докажите, что из города выходит ровно по одному шоссе каждого типа.

Задачи есть на обеих сторонах листка!