



Делители

Делителями натурального числа называются натуральные числа, на которые его можно разделить нацело без остатка.

Например, делители числа 12 – это 1, 2, 3, 4, 6 и 12.

Простыми называются натуральные числа, у которых ровно 2 натуральных делителя – единица и само это число.

Например, простыми являются числа: 2, 3, 5, 7, 11; а числа 1, 4, 6, 8, 9, 10 – нет.

Любое число можно представить в виде произведения простых чисел. Причём, если не учитывать порядок множителей, такой способ есть только один.

Например, $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$.

1. Найдите наименьшее простое число, большее 140.
2. Сколько существует натуральных чисел от 1 до 1000000, которые:
 - а) являются полными квадратами?
 - б) являются полными кубами?
 - в) не являются ни полными кубами, ни полными квадратами?
3. Сколько натуральных делителей у чисел:
 - а) 2^{10}
 - б) $2 \cdot 3 \cdot 5$
 - в) $2^4 \cdot 3^2$
 - г) $2^5 \cdot 5^{11} \cdot 11^2$

Задачи есть на обеих сторонах листка!

4. В гардеробе висят номерки с числами от 1 до 100. На одной стороне номерка написано число, а на противоположной ничего не написано. Вечером гардеробщик бережно повесил все номерки так, чтобы их номера были видны. Ночью в гардероб залетели сто привидений и начали переворачивать номерки. Первое привидение перевернуло все номерки тыльной стороной, второе перевернуло обратно все номерки с чётными номерами, третье — перевернуло каждый третий номерок, четвёртое — каждый четвёртый, и так далее. Какие номерки оказались после этого перевернуты, а какие нет?

5. Отец говорит сыну:

— Сегодня у нас у обоих день рождения, и ты стал ровно в 2 раза моложе меня.

— Да, и это восьмой раз за мою жизнь, когда я моложе тебя в целое число раз.

Сколько лет может быть сыну, если отец не старше 75 лет?

(Укажите все возможные варианты и докажите, что других нет)

6. Однажды между двумя математиками завязался разговор.

— Ну как дела, как живешь?

— Все хорошо, растут два сына дошкольника.

— Сколько им лет?

— Произведение их возрастов равно количеству голубей возле этой скамейки.

— Этой информации мне недостаточно.

— Старший похож на мать.

— А, теперь понятно!

Сколько лет сыновьям?

Задачи есть на обеих сторонах листка!