

## 6 класс

## Принцип Дирихле

*Принцип Дирихле.* Если в  $n$  клетках сидит  $m$  кроликов, причем  $m > n$ , то хотя бы в одной клетке сидят по крайней мере два кролика.

**0** В лесу растут миллион ёлок. Известно, что на каждой из них не более 600000 иголок. Докажите, что есть две ёлки с одинаковым количеством иголок.

**1 а)** В темной комнате стоит шкаф, в котором лежат 24 чёрных и 24 синих носка. Какое минимальное количество носков нужно взять из шкафа, чтобы из них заведомо можно было составить по крайней мере одну пару носков одного цвета?

**б)** Какое минимальное количество носков нужно взять, чтобы заведомо можно было составить хотя бы одну пару чёрных носков?

**в)** Как изменится решение задачи, если в ящике лежат 12 пар чёрных и 12 пар синих ботинок и требуется составить пару одного цвета (как в пункте **а**) и пару черного цвета (как в пункте **б**) (ботинки, в отличие от носков, бывают левыми и правыми)?

**2** В квадратном ковре со стороной 4 метра моль проела 15 дырок. Докажите, что из этого ковра можно вырезать коврик со стороной 1 метр, в котором дырок не будет.

**3** В классе 30 учеников. В диктанте Вова сделал 13 ошибок, остальные меньше. Докажите, что по крайней мере три ученика сделали ошибок поровну.

**4** Докажите, что из любых семи натуральных чисел (не обязательно идущих подряд) можно выбрать три числа, сумма которых делится на 3.

**5** В клетках таблицы  $3 \times 3$  расставлены числа  $-1, 0, 1$ . Докажите, что какие-то две из восьми сумм по всем строкам, всем столбцам и двум главным диагоналям будут равны.

**6** Найдите значение дроби:  $\frac{К \cdot Р \cdot О \cdot К \cdot О \cdot Д \cdot И \cdot Л}{Г \cdot Е \cdot Н \cdot А}$ , где разные буквы — это разные цифры.

**7** Обезьянки – Маша, Даша, Глаша и Наташа – съели на обед 16 мисочек манной каши. Каждой обезьянке что-то досталось. Глаша и Наташа вместе съели 9 порций. Маша съела больше Даши, больше Глаши и больше Наташи. Сколько мисочек каши досталось обезьянке Даше?