



Принцип Дирихле

Задача 0. 11 кроликов рассадили по 10 клеткам. Докажите, что в одной из клеток оказалось не менее двух кроликов.

Доказательство:

Предположим, что это не так.

Тогда в каждой из клеток менее двух кроликов.

Значит, в каждой клетке не более одного кролика.

Значит, всего кроликов не может быть более десяти.

Но кроликов 11. Значит, наше предположение неверно.

Задача 1. 20 кроликов рассадили по 10 клеткам. Какие из этих утверждений будут верны вне зависимости от того, как именно они были рассажены?

- а) В каждой клетке ровно два кролика;
- б) В каждой клетке есть хотя бы 1 кролик;
- в) Найдётся клетка, в которой есть хотя бы 2 кролика;
- г) Найдётся клетка, в которой не более 2 кроликов;
- д) Найдётся клетка, в которой ровно два кролика;
- е) Найдётся клетка, в которой есть хотя бы 3 кролика.

Задача 2. У швеи есть 10 пуговиц. Докажите, что либо среди них найдутся 4 пуговицы одного цвета, либо 4 пуговицы разных цветов.

Задача 3. Сумма 6 натуральных чисел равна 20. Докажите, что среди них найдутся два одинаковых.

Задача 4. В кинотеатре 7 рядов по 10 мест каждый. Группа из 50 детей сходила на утренний сеанс, а потом на вечерний. Докажите, что найдутся двое детей, которые на утреннем сеансе сидели в одном ряду и на вечернем тоже сидели в одном ряду.

Задача 5. На встрече собрались 9 дипломатов. Некоторые из них пожали друг другу руки, а некоторые не стали. Докажите, что какие-то двое из них сделали одинаковое число рукопожатий.

Задача 6. Таблица 4×4 заполнена числами 1, 2, 3.

$$\begin{array}{r} \bigcirc + \bigcirc + \bigcirc + \bigcirc = \square \\ + \times + + \times + \\ \bigcirc + \bigcirc + \bigcirc + \bigcirc = \square \\ + + \times + + \\ \bigcirc + \bigcirc + \bigcirc + \bigcirc = \square \\ + \times + + \times + \\ \bigcirc + \bigcirc + \bigcirc + \bigcirc = \square \\ // \quad || \quad || \quad || \quad \backslash \diagup \\ \square \quad \square \quad \square \quad \square \quad \square \quad \square \end{array}$$

Для каждой строки, столбца и диагонали вычислили сумму чисел. Может ли оказаться, что:

- все эти суммы различны?
- все суммы по строкам и по столбцам различны?

Задача 7. На ста карточках написаны натуральные числа от 1 до 100. Какое наибольшее число карточек можно взять так, чтобы среди чисел на взятых карточках ни одно не было равно сумме двух других?