

5 класс

Инвариант

Инвариант — это величина или свойство, которые не меняются при разрешённых в задаче действиях или одинаковы во всех возможных по условию задачи ситуациях.

- 1** Дядька Черномор написал на листке бумаги число 20. Тридцать три богатыря передают листок друг другу, и каждый или прибавляет к числу, или отнимает от него единицу. Может ли в итоге получиться число 10?
- 2** Может ли шахматный конь, начав движение с какой-нибудь клетки шахматной доски, вернуться в неё же через **а)** 5 ходов? **б)** А через 2015?
- 3** Рита, Люба и Варя решали задачи. Чтобы дело шло быстрее, они купили конфет и условились, что за каждую решённую задачу девочка, решившая её первой, получает четыре конфеты, решившая второй – две, а решившая последней – одну. Девочки говорят, что каждая из них решила все задачи и получила 20 конфет, причём одновременных решений не было. Докажите, что они ошибаются.
- 4** Лягушка прыгает вдоль прямой: **а)** на 1 см вправо или влево; **б)** сначала на 1 см вправо, затем на 3 см вправо или влево, затем на 5 см вправо или влево, и т. д. Может ли она оказаться в исходной точке после своего 101-го прыжка?
- 5** На доске написаны числа 0, 0, 0, 1. За один шаг разрешается прибавлять единицу к любым двум из них. Можно ли за несколько таких операций сделать все числа равными?
- 6** На доске написаны числа 1, 2, 3, ..., 20, 21. Можно стереть любые два числа a и b и записать число **а)** $a + b$; **б)** $a \cdot b$; **в)** $a + b - 2$. Какое число получится после 20 таких действий? **г)** Можно стереть любые два числа и записать их разность. Можно ли добиться того, чтобы в результате все числа на доске стали нулями? **д)** Вопрос пункта **г)**, если написаны натуральные числа от 1 до 23.