

Говорят, когда маленький Карл Гаусс посещал начальную школу, учитель, надеясь отдохнуть, велел ученикам сложить числа от 1 до 100. Когда другие ещё только собирались приступить к работе, Гаусс уже отложил грифельную доску. На ней было одно-единственное число — ответ!

Как же Гаусс смог быстро найти сумму первых 100 натуральных чисел? Наверное, он заметил закономерность:

$$1 + 100 = 2 + 99 = 3 + 98 = \dots = 49 + 52 = 50 + 51 = 101$$

и умножил 101 на 50.

1. Как из 13 прямоугольников размерами 1×1 , 2×1 , 3×1 , ..., 13×1 составить прямоугольник, у которого все стороны больше 1?

2. Геологи нашли 19 камней с массами 1 кг, 2 кг, ..., 19 кг. Смогли ли они разложить эти камни по 10 рюкзакам, чтобы во всех рюкзаках был одинаковый груз?

3. Вычислите:

а) $1 + 2 + 3 + \dots + 49 + 50$;

б) $(1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 2020 + 2021) : 2021$;

в) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \dots + 2019 + 2021$;

г) $\frac{1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8}{8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15}$.

4. В обычном наборе домино 28 костяшек. Значения, указанные на костяшках, меняются от 0 до 6.

а) Сколько костяшек содержал бы комплект домино, у которого значения, указанные на костяшках, меняются от 0 до 11?

б) Сколько точек будет на всех костяшках в таком наборе?

5. Имеется 201 гиря, веса которых равны 1 г, 2 г, 3 г, ..., 201 г. Назовём гирю хорошей, если после её удаления оставшиеся 200 гирь можно разделить на две группы, равные по весу и по количеству гирь. Покажите, что

а) гиря весом 101 г хорошая;

б) гиря весом 199 г хорошая.

6. Сколько надо взять слагаемых в сумме $1 + 2 + 3 + \dots$, чтобы в результате получить трёхзначное число, в записи которого все цифры одинаковы?

7. Можно ли 100 гирь массами 1 г, 2 г, 3 г, ..., 99 г, 100 г разложить на 10 кучек разной массы так, чтобы выполнялось условие: чем тяжелее кучка, тем меньше в ней гирь?